

# Versuch 28

## Elektromagnetische Schwingkreise

Sascha Hankele  
sascha@hankele.com

Kathrin Alpert  
kathrin.alpert@uni-ulm.de

durchgeführt am 25. Mai 2007

## Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Theoretische Grundlagen</b>                        | <b>3</b>  |
| 1.1      | Maxwellgleichungen . . . . .                          | 3         |
| 1.2      | Kirchhoffsche Regeln . . . . .                        | 4         |
| 1.3      | Komplexe Darstellung von Wechselstromgrößen . . . . . | 4         |
| 1.4      | Widerstände bei Wechselstrom . . . . .                | 5         |
| 1.5      | Schwingkreise . . . . .                               | 6         |
| 1.5.1    | Reihenschwingkreis . . . . .                          | 6         |
| 1.5.2    | Parallelschwingkreis . . . . .                        | 7         |
| 1.5.3    | Homogene Lösung . . . . .                             | 9         |
| <b>2</b> | <b>Versuchsbeschreibung</b>                           | <b>9</b>  |
| 2.1      | Schwingkreise . . . . .                               | 9         |
| 2.2      | Einschwingvorgang . . . . .                           | 10        |
| <b>3</b> | <b>Versuchsauswertung</b>                             | <b>11</b> |
| 3.1      | Reihenschaltung . . . . .                             | 11        |
| 3.2      | Parallelschaltung . . . . .                           | 14        |
| 3.3      | Parallelschwingkreis ohne Widerstand . . . . .        | 17        |
| 3.4      | Einschwingvorgang . . . . .                           | 19        |
| 3.5      | Fehlerbetrachtung . . . . .                           | 20        |
| 3.5.1    | Allgemein . . . . .                                   | 20        |
| 3.5.2    | Reihenschaltung . . . . .                             | 20        |
| 3.5.3    | Parallelschaltung . . . . .                           | 20        |
| 3.5.4    | Einschwingvorgang . . . . .                           | 21        |

# 1 Theoretische Grundlagen

## 1.1 Maxwellgleichungen

- Gauss'sches Gesetz

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{\text{el}} \quad (1)$$

Die Quellen des elektrischen Feldes sind Ladungen.

- Faradaysches Induktionsgesetz

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

Zeitlich veränderliche Magnetfelder erzeugen elektrische Felder.

- Quellenfreiheit des Magnetfeldes

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (3)$$

Es gibt nur geschlossene Magnetfeldlinien, es existieren keine magnetischen Monopole

- Verallgemeinertes Durchflutungsgesetz

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4)$$

Ströme oder zeitlich veränderliche elektrische Felder erzeugen Magnetfelder.

Zusammen mit dem Kraftgesetz

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (5)$$

bilden die Maxwell'schen Gleichungen eine vollständige Beschreibung der Elektrodynamik.

Mit Hilfe der Integralsätze von Gauss und Stokes lassen sich die Maxwell'schen Gleichungen in Integralform umschreiben:

$$\iint_{A(V)} \vec{D} \, d\vec{A} = \iiint_V \operatorname{div} \vec{D} \, dV = \iiint_V \rho_{\text{el}} \, dV = Q \quad (6)$$

$$\oint_S \vec{E} \, d\vec{s} = \iint_{A(S)} \operatorname{rot} \vec{E} \, d\vec{A} = -\frac{d}{dt} \iint_{A(S)} \vec{B} \, d\vec{A} \quad (7)$$

$$\iint_{A(V)} \vec{B} \, d\vec{A} = \iiint_V \operatorname{div} \vec{B} \, dV = 0 \quad (8)$$

$$\oint_S \vec{H} \, d\vec{s} = \iint_{A(S)} \operatorname{rot} \vec{H} \, d\vec{A} = \iint_{A(S)} \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{A} \quad (9)$$

## 1.2 Kirchhoffsche Regeln

- Verzweigen sich mehrere Leiter in einem Punkte P, so muss die Summe der einlaufenden Ströme gleich der Summe der auslaufenden Ströme sein:

$$\sum_k I_k = 0 \quad (10)$$

Die Knotenregel folgt aus der Kontinuitätsgleichung  $\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial}{\partial t} \rho_{\text{el}}(\vec{r}, t)$ :

$$\iiint_V \operatorname{div} \vec{j} \, dV = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho_{\text{el}}(\vec{r}, t) \, dV \quad (11)$$

$$\iiint_A \vec{j} \, d\vec{a} = -\frac{\partial}{\partial t} Q \quad (12)$$

$$\sum_{\forall n \text{ Knoten}} = -I_{\text{Quelle}} \quad (13)$$

- In jedem geschlossenem Stromkreis ist die Summe aller Verbraucherspannungen gleich der Generatorspannung:

$$\sum_k U_k = \sum_l U_{\text{ind},l} \quad (14)$$

Die Maschenregel folgt aus dem Induktionsgesetz (7):

$$\underbrace{\oint_S \vec{E} \, d\vec{s}}_{\sum_n U_n} = \iint_{A(S)} \operatorname{rot} \vec{E} \, d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \underbrace{\iint_{A(S)} \vec{B} \, d\vec{a}}_{\sum_m U_{\text{ind},m}} \quad (15)$$

## 1.3 Komplexe Darstellung von Wechselstromgrößen

Durch die Darstellung sinusförmiger Ströme und Spannungen als komplexe Exponentialfunktion lässt sich die Verwendung von Additionstheoremen umgehen. Für Strom und Spannung gilt damit:

$$\begin{aligned} U(t) &= U_0 \cos(\omega t - \psi) = \operatorname{Re}(U_0 e^{-i\psi} e^{i\omega t}) = \operatorname{Re}(U e^{i\omega t}) \\ I(t) &= I_0 \cos(\omega t - \phi) = \operatorname{Re}(I_0 e^{-i\phi} e^{i\omega t}) = \operatorname{Re}(I e^{i\omega t}) \end{aligned}$$

Dabei sind  $U_0$  und  $I_0$  die reellen Strom- und Spannungsamplituden. Die komplexen Amplituden  $U$  und  $I$  enthalten zusätzlich die Phasenverschiebung.

## 1.4 Widerstände bei Wechselstrom

Dem reellen ohmschen Widerstand entspricht die Impedanz  $Z$ :

$$Z := \frac{U}{I} = \underbrace{\operatorname{Re} Z}_{\text{Wirkwiderstand}} + i \underbrace{\operatorname{Im} Z}_{\text{Blindwiderstand}} = \underbrace{|Z|}_{\text{Scheinwiderstand}} e^{i\phi} \quad (16)$$

Der Realteil der Impedanz heißt Wirkwiderstand, der Imaginärteil Blindwiderstand und der Betrag Scheinwiderstand. In der komplexen Ebene lassen sich Impedanzen als Zeiger darstellen, welche man addieren und subtrahieren kann.

### Impedanz eines Widerstands

$$Z_R = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{U}{I} = R \quad (17)$$

Am ohmschen Widerstand sind Strom und Spannung gleichphasig.

### Impedanz einer Spule

$$U(t) = L\dot{I}(t) \quad (18)$$

$$Z_L = \frac{L\dot{I}(t)}{I(t)} = i\omega L \quad (19)$$

Auf Grund der dem Strom entgegengerichteten Induktionsspannung hinkt der Strom der Spannung um  $\pi/2$  hinterher, d.h.  $\phi_U = \phi_I + \frac{\pi}{2}$ .

### Impedanz eines Kondensators

$$U(t) = \frac{Q(t)}{C} \quad (20)$$

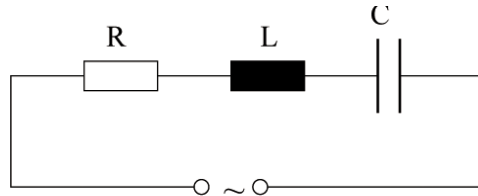
$$Q(t) = \int I(t) dt \quad (21)$$

$$Z_C = \frac{Q(t)}{CI(t)} = \frac{1}{i\omega C} \quad (22)$$

Da sich die Spannung erst beim Aufladen des Kondensators aufbaut läuft der Strom der Spannung um  $\pi/2$  voraus.

## 1.5 Schwingkreise

### 1.5.1 Reihenschwingkreis



U(t)

Schaltbild eines  
Reihenschwingkreises

Beim Reihenschwingkreis handelt es sich um eine Hintereinanderschaltung von Widerstand  $R$ , Spule  $L$  und Kondensator  $C$ . Bei einer erzwungenen Schwingung ist zusätzlich eine Wechselspannungsquelle vorhanden. Ein erzwungener, gedämpfter Schwingkreis wie in obiger Abbildung lässt sich über eine Differentialgleichung beschreiben. Diese erhält man aus der Maschenregel:

$$U_L + U_R + U_C = U_0 e^{i\omega t} \quad (23)$$

$$L\dot{I} + RI + \frac{Q}{C} = U_0 e^{i\omega t} \quad (24)$$

Dividiert man durch  $L$  bzw differenziert man nach der Zeit, so erhält man zwei lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung für Ladung und Strom:

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC}Q = \frac{U_0}{L}e^{i\omega t} \quad (25)$$

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = \frac{i\omega U_0}{L}e^{i\omega t} \quad (26)$$

Zwei homogene Lösungen und eine partikuläre Lösung erhält man durch die DGL. Insgesamt können die homogenen Lösungen aber auf Grund des sehr kurzen Einschwingvorgangs vernachlässigt werden. Der Ansatz  $I(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$  verhilft zur partikulären Lösung durch einsetzen in die DGL.

$$\left(-\omega^2 + \frac{R}{L}i\omega + \frac{1}{LC}\right)I_0 e^{i(\omega t + \varphi)} = \frac{i\omega}{L}U_0 e^{i\omega t} \quad (27)$$

$$Z = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{U_0 e^{i\omega t}}{I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}} = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (28)$$

Damit ergibt sich für die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung:

$$\phi = \arctan \left( \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) \quad (29)$$

Der Gesamtwiderstand ist reell, minimal und gleich dem ohmschen Widerstand, wenn sich der kapazitive und induktive Blindwiderstand aufheben. Dies ist gerade der Resonanzfall - also muss gelten:  $\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} \stackrel{!}{=} 0$ . Daraus erhält man die Thomsonsche Schwingungsformel:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (30)$$

Unterhalb der Resonanzfrequenz eilt der Gesamtstrom der Gesamtspannung voraus, oberhalb der Resonanzfrequenz eilt die Spannung dem Strom voraus.

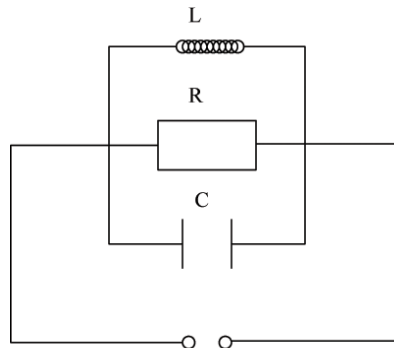
**Vergleicht** man die DGL (25) mit der erzwungenen, gedämpften mechanischen Schwingung

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 e^{i\omega t} \quad (31)$$

so ergeben sich einige Analogien zwischen den beiden Schwingungsformen:

| mechanische Schwingung | elektromagnetische Schwingung |
|------------------------|-------------------------------|
| Elongation $x$         | Ladung $Q$                    |
| Schnelle $\dot{x}$     | Stromstärke $I$               |
| Dämpfung $2\delta$     | Dämpfung $\frac{R}{L}$        |
| Federkonstante $k$     | reziproke Kapazität $C^{-1}$  |
| Masse $m$              | Induktivität $L$              |

### 1.5.2 Parallelschwingkreis



~  
Parallelschwingkreis

Ein Parallelschwingkreis besteht aus einem Kondensator, einer Spule und einem ohmschen Widerstand, die parallel geschaltet werden. Der Schwingkreis wird von einer Wechselspannungsquelle mit der Spannung  $U_K(t) = U_0 e^{i\omega t}$  angetrieben. Durch Anwendung der Knotenregel erhält man die beschreibende DGL:

$$I_C + I_L + I_R = I_K \quad (32)$$

$$C\dot{U}_K + \frac{\int_0^t U_K dt}{L} + \frac{U_K}{R} = I_K \quad (33)$$

$$C\ddot{U}_K + \frac{U_K}{L} + \frac{\dot{U}_K}{R} = \dot{I}_K \quad (34)$$

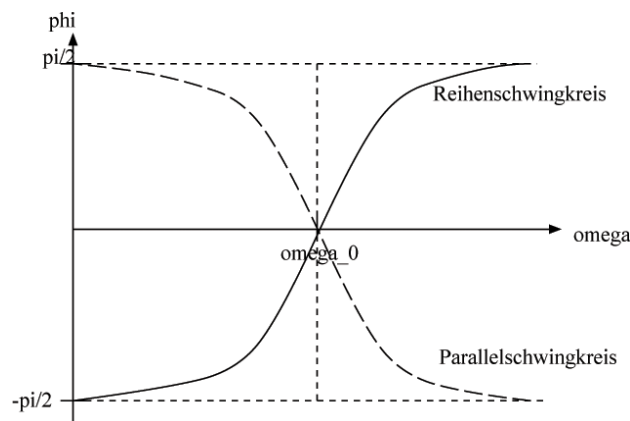
Mit dem Ansatz  $I_K(t) = I_0 e^{i(\omega t + \phi)}$  erhält man durch einsetzen von Strom und Spannung in die DGL:

$$\frac{I_0 e^{i\phi}}{U_0} = \frac{1}{Z} = i\omega C + \frac{1}{i\omega L} + \frac{1}{R} \quad (35)$$

$$\phi = \arctan \left( R \left( \frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \right) \quad (36)$$

Die Resonanzfrequenz ist die gleiche wie die des Serienkreises. Bei Resonanz wird jedoch der Strom minimal und der Gesamtwiderstand ist maximal und reell. Der Parallelkreis wirkt als Sperrkreis. Strom und Spannung sind in Phase.

Unterhalb der Resonanzfrequenz eilt die Gesamtspannung dem Strom voraus; oberhalb der Resonanzfrequenz eilt der Gesamtstrom der Spannung voraus.



Resonanzkurven

### 1.5.3 Homogene Lösung

Analog zur mechanischen Schwingung lässt sich (für den Schwingfall) die homogene Lösung berechnen.

- Reihenschwingkreis

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (37)$$

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} e^{i(\omega t + \phi)} \quad (38)$$

wobei  $\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}$  gilt. Die Amplitude der Schwingung fällt mit  $e^{-\frac{R}{2L}t}$  ab.

- Parallelschwingkreis

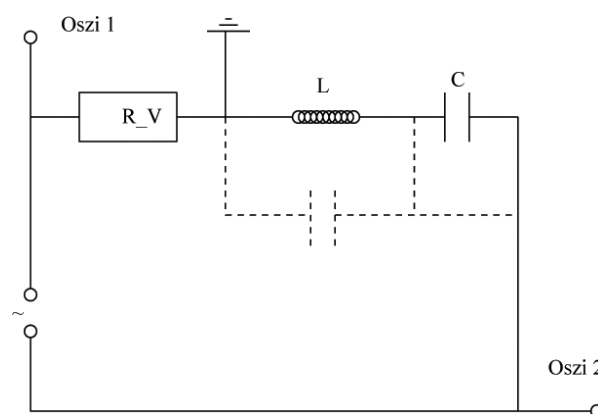
$$\delta = \frac{1}{2CR} \quad (39)$$

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{1}{2RC}t} e^{i(\omega t + \phi)} \quad (40)$$

wobei  $\omega^2 = \frac{1}{CL} - \frac{1}{2CR}^2$  gilt. Die Amplitude der Schwingung fällt mit  $e^{-\frac{1}{2RC}t}$  ab.

## 2 Versuchsbeschreibung

### 2.1 Schwingkreise



Reihen- und Parallelschwingkreis  
(gestrichelt)

Der Versuchsaufbau wurde analog zu obiger Abbildung aufgebaut. Zusätzlich wurde ein weiterer Widerstand eingesetzt, welcher im Serienschwingkreis in Serie geschaltet und im Parallelschwingkreis in Reihe geschaltet wurde. Gemessen wurde die am Vorwiderstand abfallende Stromstärke und die Spannung über dem Schwingkreis.

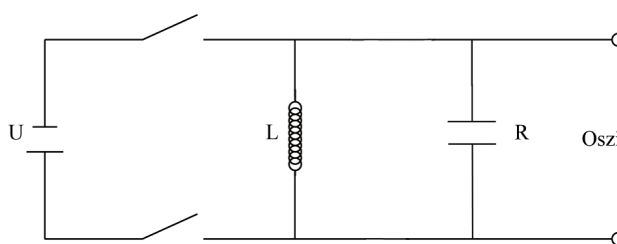
$$I = \frac{U_1}{R_V}$$

Mit Hilfe des Oszilloskops wurde die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung abgelesen. Da der Vorwiderstand und die Kapazität des Kondensators bekannt sind, lässt sich die Induktivität der Spule berechnen. Mit Hilfe der Resonanzkurve lässt sich auf die Halbwertsbreite schließen, welche zu

$$2\delta = \frac{R_{ges}}{L}$$

führt.

## 2.2 Einschwingvorgang



Einschwingvorgang

Mit Hilfe einer Gleichspannungsquelle wird der Kondensator aufgeladen. Durch Öffnen des Schalters wird die Quelle getrennt und das System kann eine gedämpfte Schwingung ausführen. Bei diesem Aufbau wurde kein zusätzlicher Widerstand in Serie geschaltet.

Das Oszilloskop dient zur Aufnahme der Spannung über Spule und Kondensator. Per Trigger lässt sich das Bild am Speicheroszilloskop einfrieren. Misst man die abklingenden Amplituden, so lässt sich über das logarithmische Dekrement die Dämpfung bestimmen:

$$\frac{x(t)}{x(t+T)} = \frac{e^{-\delta t}}{e^{-\delta(t+T)}} = e^{\delta T} \quad (41)$$

$$\Lambda = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)} = \delta T \quad (42)$$

Zur Bestimmung der Frequenz lässt sich die Periodendauer ablesen. Zur Erhöhung der Genauigkeit wurde die Zeit von 9 Periodendauern bestimmt.

### 3 Versuchsauswertung

Verwendete Formeln:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{U}{R} \\
 \Delta I &= \frac{\Delta U_1}{R} + \frac{U_1}{R^2} \Delta R \\
 \varphi &= 2\pi\nu \text{Phase} \\
 \Delta\varphi &= 2\pi\nu \Delta\text{Phase} + 2\pi \text{Phase} \Delta\nu \\
 Z &= \frac{U_2}{I} \\
 \Delta Z &= \frac{\Delta U_2}{I} + \frac{U_2}{I^2} \Delta I
 \end{aligned}$$

Thomsonsche Schwingungsformel:

$$L = \frac{1}{(2\pi\nu_0)^2 \cdot C} \quad (43)$$

$$\Delta L = L \left( \frac{2\Delta\nu_0}{\nu_0} + \frac{\Delta C}{C} \right) \quad (44)$$

Bauteile:

$$C = 0.47 \mu\text{F} \pm 0.01 \mu\text{F}$$

#### 3.1 Reihenschaltung

Der Vorwiderstand hat die Größe  $R_V = 10\Omega$ .

| $\nu/Hz$ | $\Delta\nu/Hz$ | $2\hat{U},R_V/mV$ | $\Delta 2\hat{U}/mV$ | $2\hat{U},R_{100}/V$ | $\Delta 2\hat{U}/V$ | $t/\mu s$ | $\Delta t/\mu s$ |
|----------|----------------|-------------------|----------------------|----------------------|---------------------|-----------|------------------|
| 492      | 5              | 78                | 10                   | 4,56                 | 0,10                | -440      | 5                |
| 1077     | 5              | 146               | 10                   | 4,32                 | 0,10                | -190      | 5                |
| 2078     | 5              | 232               | 10                   | 4,00                 | 0,10                | -80       | 5                |
| 4045     | 5              | 360               | 10                   | 4,16                 | 0,10                | -26       | 5                |
| 5998     | 5              | 392               | 10                   | 4,08                 | 0,10                | -11       | 0,5              |
| 8124     | 5              | 400               | 10                   | 3,92                 | 0,10                | -4        | 0,5              |
| 10073    | 5              | 400               | 10                   | 3,84                 | 0,10                | -1,6      | 0,5              |
| 1056     | 5              | 400               | 10                   | 3,84                 | 0,10                | 0         | 0,5              |
| 10910    | 5              | 400               | 10                   | 3,84                 | 0,10                | 1,2       | 0,5              |
| 12308    | 5              | 384               | 10                   | 3,76                 | 0,10                | 2,8       | 0,5              |
| 14555    | 5              | 384               | 10                   | 4,00                 | 0,10                | 3,2       | 0,5              |
| 19980    | 5              | 36,               | 10                   | 3,96                 | 0,10                | 4,0       | 0,5              |
| 39375    | 5              | 300               | 10                   | 4,32                 | 0,10                | 3,4       | 0,5              |
| 70593    | 5              | 212               | 10                   | 4,48                 | 0,10                | 2,5       | 0,5              |
| 102394   | 5              | 160               | 10                   | 4,56                 | 0,10                | 1,9       | 0,5              |

| $\nu/Hz$ | $\Delta\nu/Hz$ | $I/mA$ | $\Delta I/mA$ | $\varphi/rad$ | $\Delta\varphi/rad$ | $Z/\Omega$ | $\Delta Z/\Omega$ |
|----------|----------------|--------|---------------|---------------|---------------------|------------|-------------------|
| 492      | 5              | 3,9    | 0,5           | -1,360        | 0,029               | 584,62     | 93,62             |
| 1077     | 5              | 7,3    | 0,6           | -1,286        | 0,040               | 295,89     | 30,07             |
| 2078     | 5              | 11,6   | 0,6           | -1,045        | 0,068               | 172,41     | 13,47             |
| 4045     | 5              | 18,0   | 0,7           | -0,661        | 0,128               | 115,56     | 7,14              |
| 5998     | 5              | 19,6   | 0,7           | -0,415        | 0,019               | 104,08     | 6,25              |
| 8124     | 5              | 20,0   | 0,7           | -0,204        | 0,026               | 98,00      | 5,93              |
| 10073    | 5              | 20,0   | 0,7           | -0,101        | 0,032               | 96,00      | 5,86              |
| 10560    | 5              | 20,0   | 0,7           | 0             | 0,033               | 96,00      | 5,86              |
| 10910    | 5              | 20,0   | 0,7           | 0,082         | 0,034               | 96,00      | 5,86              |
| 12308    | 5              | 19,2   | 0,7           | 0,217         | 0,039               | 97,92      | 6,13              |
| 14555    | 5              | 19,2   | 0,7           | 0,293         | 0,046               | 104,17     | 6,36              |
| 19980    | 5              | 18,0   | 0,7           | 0,502         | 0,063               | 110,00     | 6,93              |
| 39375    | 5              | 15,0   | 0,7           | 0,841         | 0,124               | 144,0      | 9,57              |
| 70593    | 5              | 10,6   | 0,7           | 1,109         | 0,222               | 211,32     | 16,80             |
| 102394   | 5              | 8,0    | 0,7           | 1,222         | 0,322               | 285,00     | 26,91             |

Das Maximum des Stroms liegt bei  $(10514 \pm 5)$  Hz /  $(20,0 \pm 0,7)$  mA. Damit ergibt sich ein Halbwert von  $I_H = (14,14 \pm 0,05)$  mA. Die Schnittpunkte liegen bei  $\nu_1 = (2800 \pm 50)$  Hz und  $\nu_2 = (46000 \pm 1000)$  Hz, womit sich die Halbwertsbreite  $2\delta = (271433,6 \pm 6283,2)_s^1$  ergibt. Mit Hilfe von

$$L = \frac{R_V + R_L}{2\delta}$$

$$\Delta L = \frac{\Delta R_V + \Delta R_L}{2\delta} + \frac{(R_V + R_L)\Delta\delta}{2\delta^2}$$

erhält man:

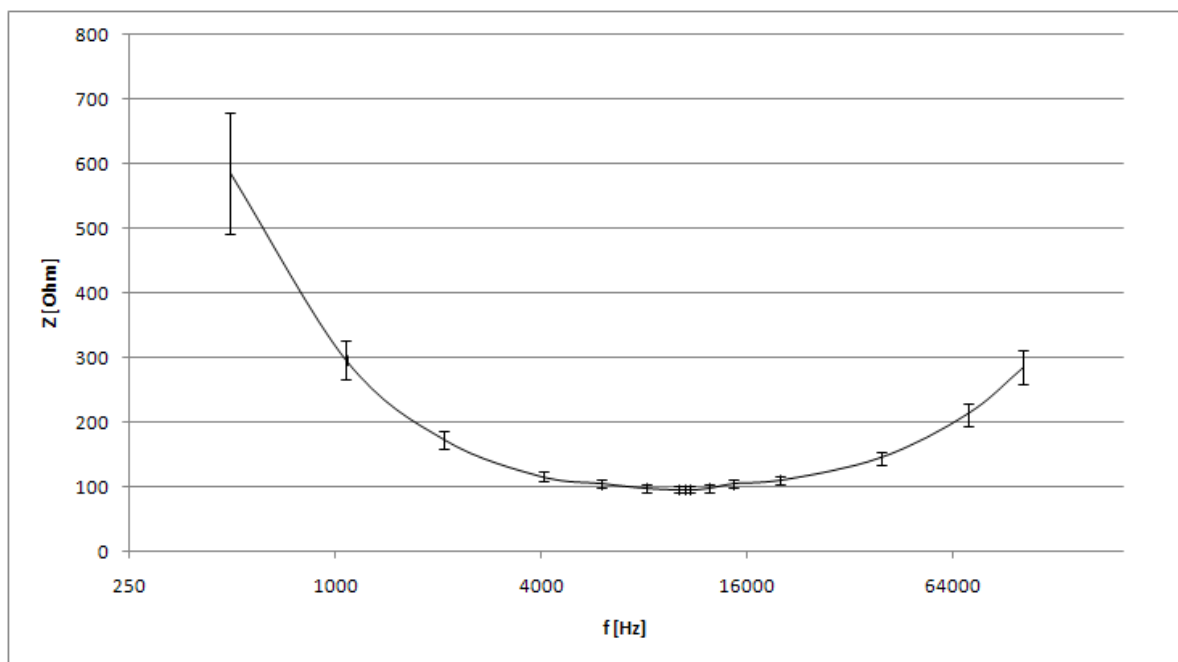
$$L = (0,405 \pm 0,006)mH$$

Die Thomsonsche Schwingungsformel liefert für das Strommaximum:

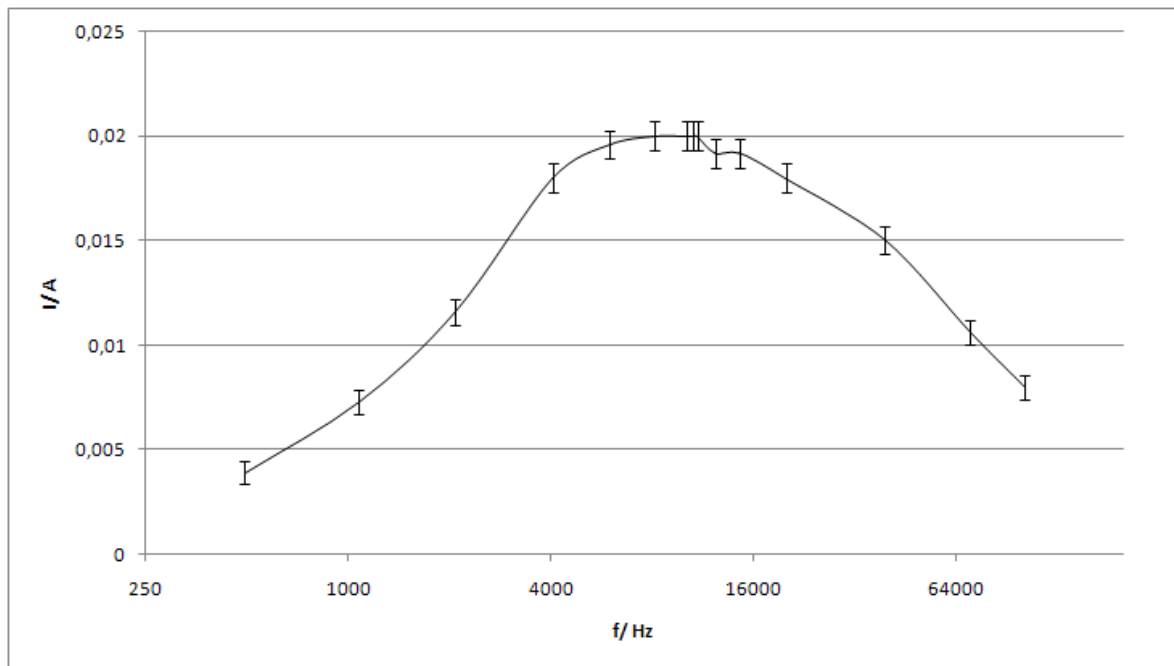
$$L = (0,488 \pm 0,012)mH$$

bzw. für den Nulldurchgang der Phase bei 10560 Hz:

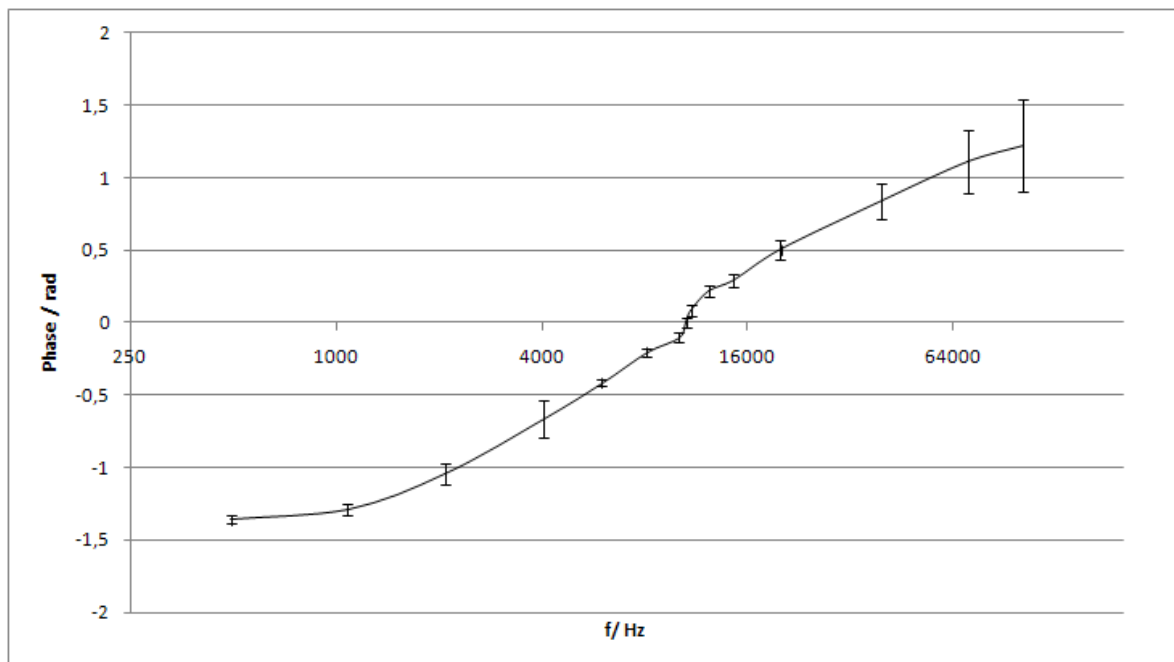
$$L = (0,483 \pm 0,010)mH$$



Reihenschaltung 1



Reihenschaltung 2



Reihenschaltung 3

### 3.2 Parallelschaltung

Der Vorwiderstand hat die Größe  $R_V = 10\Omega$ .

| $\nu/Hz$ | $\Delta\nu/Hz$ | $2\hat{U}, R_V/V$ | $\Delta 2\hat{U}/V$ | $2\hat{U}, R_{100}/V$ | $\Delta 2\hat{U}/V$ | $t/\mu s$ | $\Delta t/\mu s$ |
|----------|----------------|-------------------|---------------------|-----------------------|---------------------|-----------|------------------|
| 1008     | 5              | 3,08              | 0,05                | 1,08                  | 0,05                | 270       | 2                |
| 1961     | 5              | 2,88              | 0,05                | 1,88                  | 0,05                | 140       | 2                |
| 3966     | 5              | 2,60              | 0,05                | 3,60                  | 0,05                | 72        | 2                |
| 6070     | 5              | 1,84              | 0,05                | 4,96                  | 0,05                | 50        | 2                |
| 8055     | 5              | 1,10              | 0,05                | 5,28                  | 0,05                | 42        | 2                |
| 9980     | 5              | 0,66              | 0,05                | 5,60                  | 0,05                | 56        | 2                |
| 10435    | 5              | 0,64              | 0,05                | 5,60                  | 0,05                | 49        | 2                |
| 10751    | 5              | 0,64              | 0,05                | 5,60                  | 0,05                | 45        | 2                |
| 11058    | 5              | 0,66              | 0,05                | 5,52                  | 0,05                | 42        | 2                |
| 12250    | 5              | 0,75              | 0,05                | 5,44                  | 0,05                | 31        | 2                |
| 14266    | 5              | 1,18              | 0,05                | 5,28                  | 0,05                | 23        | 2                |
| 20415    | 5              | 1,96              | 0,05                | 4,32                  | 0,05                | 14        | 2                |
| 39309    | 5              | 2,96              | 0,05                | 2,80                  | 0,05                | 7         | 2                |
| 69969    | 5              | 3,16              | 0,05                | 1,68                  | 0,05                | 4         | 2                |
| 102562   | 5              | 3,28              | 0,05                | 0,92                  | 0,05                | 2,7       | 2                |

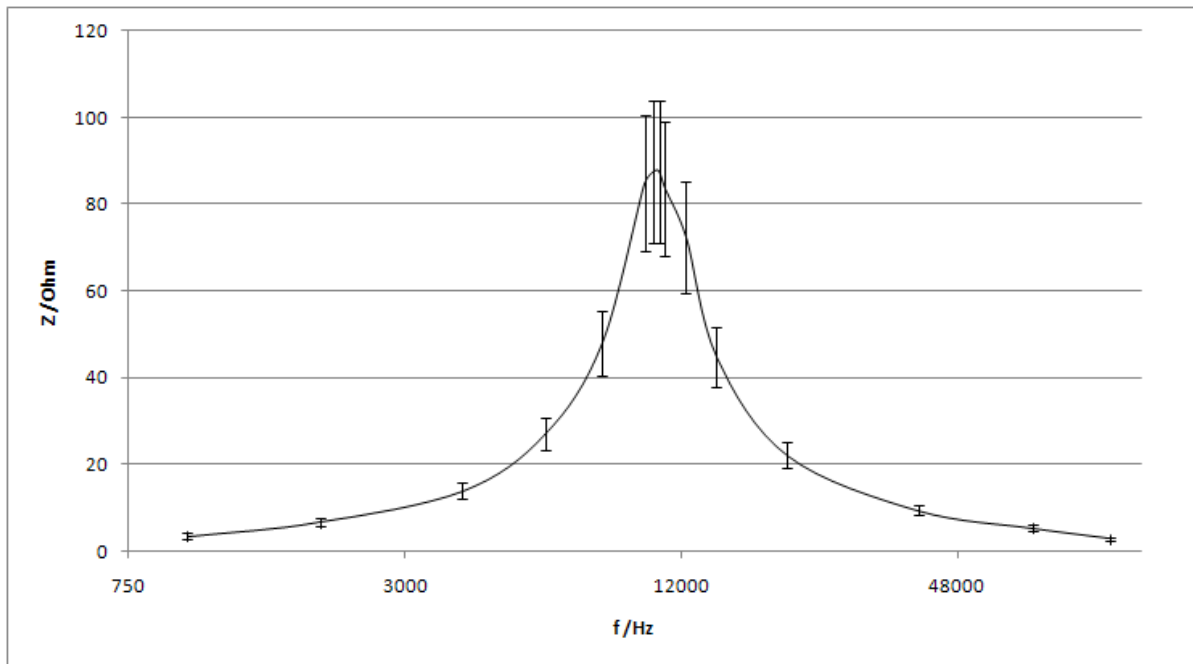
Auf Grund der Invertierung war die Phase verschoben. Für ein sinnvolles Diagramm wurde dies im Folgenden angepasst.

| $\nu/Hz$ | $\Delta\nu/Hz$ | $I/mA$ | $\Delta I/mA$ | $\varphi/rad$ | $\Delta\varphi/rad$ | $Z/\Omega$ | $\Delta Z/\Omega$ |
|----------|----------------|--------|---------------|---------------|---------------------|------------|-------------------|
| 1008     | 5              | 154    | 18            | 1,518         | 0,021               | 3,51       | 0,57              |
| 1961     | 5              | 144    | 17            | 1,503         | 0,029               | 6,53       | 0,94              |
| 3996     | 5              | 130    | 16            | 1,420         | 0,052               | 13,85      | 1,84              |
| 6070     | 5              | 92     | 12            | 1,321         | 0,078               | 26,96      | 3,70              |
| 8055     | 5              | 55     | 8             | 1,103         | 0,103               | 48,00      | 7,44              |
| 9980     | 5              | 33     | 6             | 0,457         | 0,127               | 84,85      | 15,67             |
| 10435    | 5              | 32     | 6             | 0,015         | 0,133               | 87,50      | 16,37             |
| 10751    | 5              | 32     | 6             | -0,015        | 0,137               | 87,50      | 16,37             |
| 11058    | 5              | 33     | 6             | -0,137        | 0,140               | 83,64      | 15,46             |
| 12250    | 5              | 38     | 6             | -0,669        | 0,155               | 72,34      | 12,71             |
| 14286    | 5              | 59     | 8             | -0,990        | 0,180               | 44,75      | 6,79              |
| 20415    | 5              | 98     | 12            | -1,259        | 0,026               | 22,04      | 3,02              |
| 39309    | 5              | 148    | 17            | -1,326        | 0,050               | 9,46       | 1,27              |
| 69969    | 5              | 158    | 18            | -1,296        | 0,088               | 5,32       | 0,77              |
| 102562   | 5              | 164    | 19            | -1,315        | 0,129               | 2,80       | 0,48              |

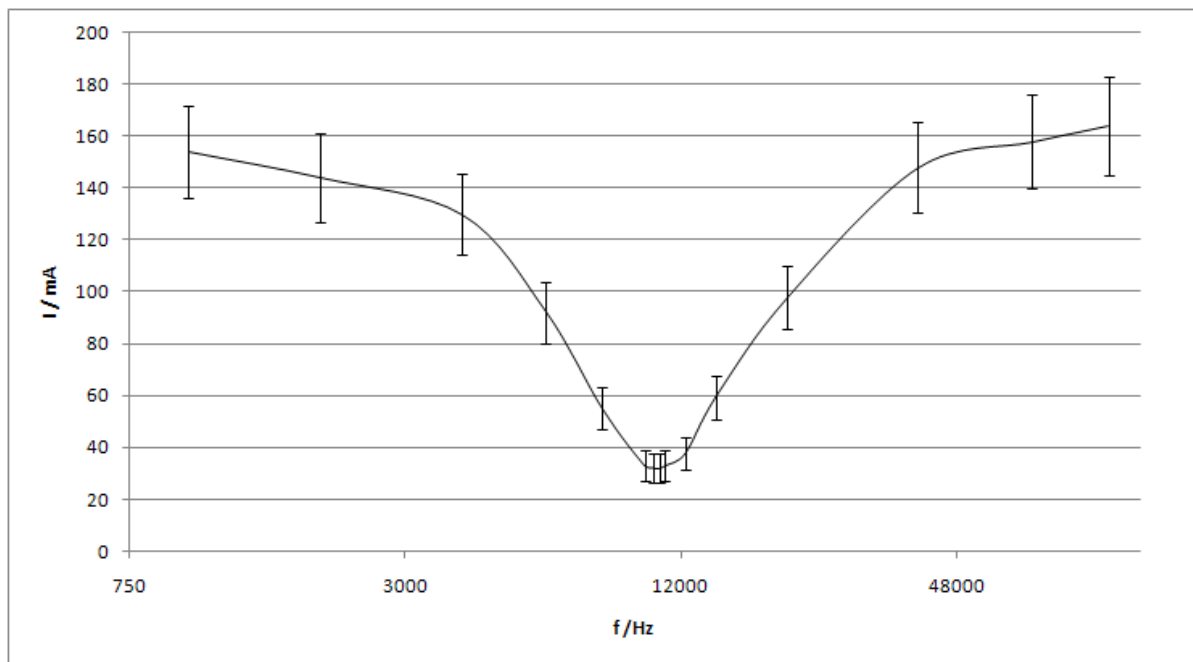
Das Minimum des Stroms liegt bei  $(10593 \pm 5) Hz / 32 mA$ . Damit ergibt sich mit der Thomsonschen Schwingungsformel:

$$L = (0,480 \pm 0,012)mH$$

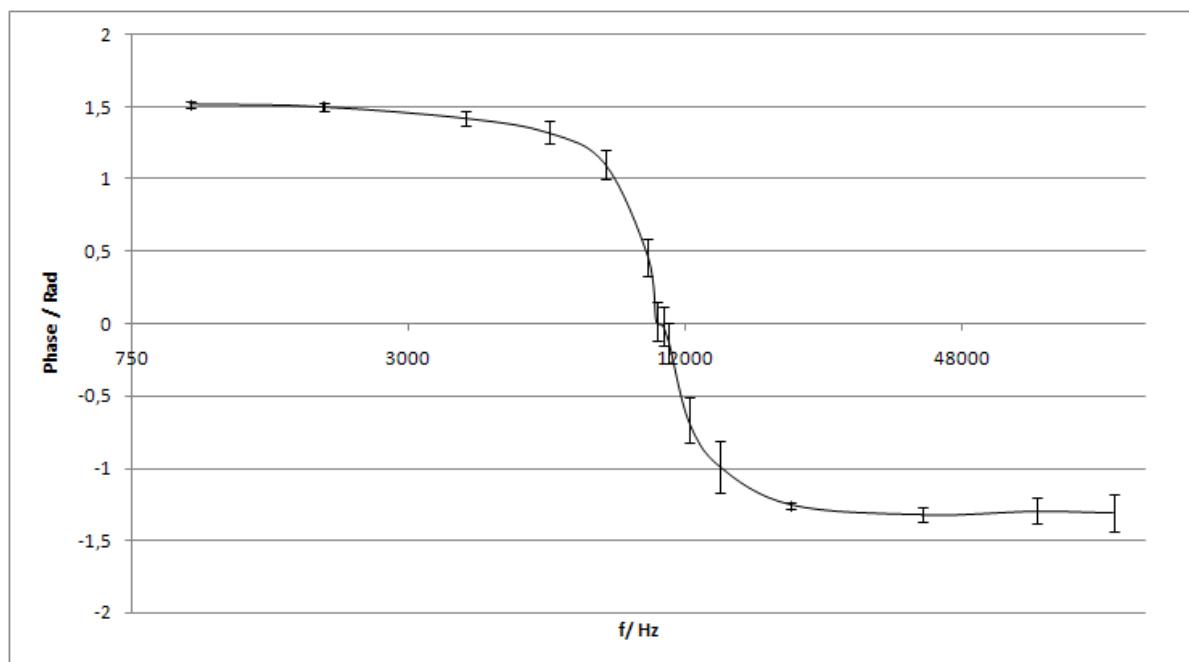
Für den Nulldurchgang der Phase erhält man die gleiche Resonanzfrequenz wie bei der Strommessung.



Parallelschwingkreis 1



Parallelschwingkreis 2



Parallelschwingkreis 3

### 3.3 Parallelschwingkreis ohne Widerstand

Der Vorwiderstand hat die Größe  $R_V = 10\Omega$ . Bei diesem Aufbau wurde der  $100\Omega$  Widerstand im Schwingkreis entfernt um den Widerstand der Spule bestimmen zu können - unter der Annahme, der Kondensator sei verlustfrei.

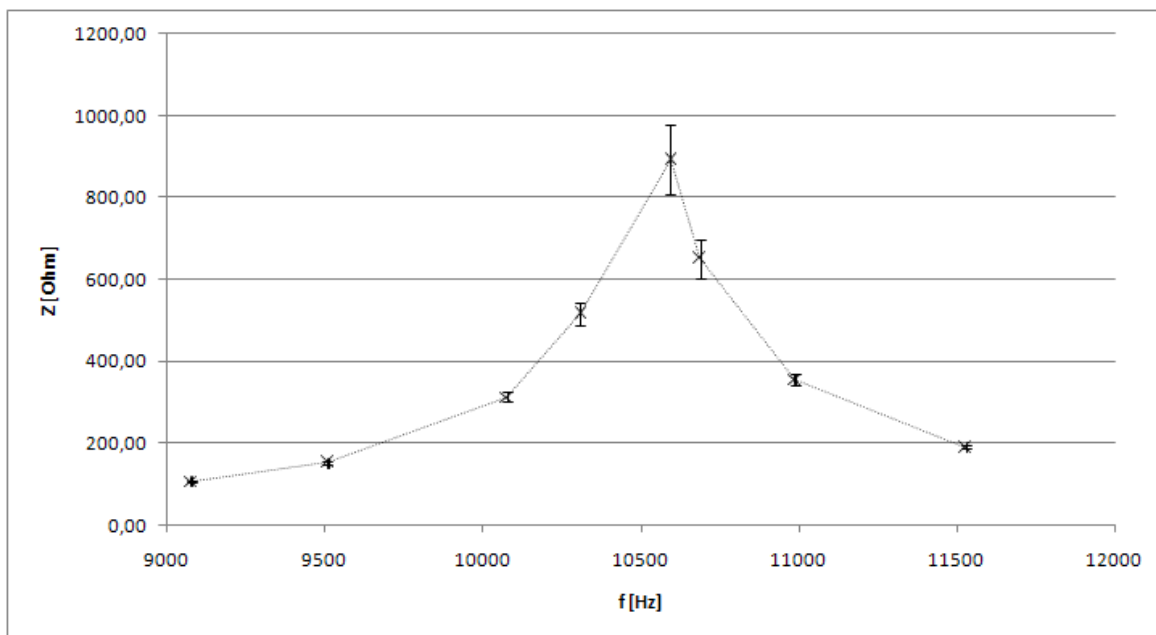
| $\nu/\text{Hz}$ | $\Delta\nu/\text{Hz}$ | $2\hat{U}, R_V/V$ | $\Delta 2\hat{U}/V$ | $2\hat{U}/V$ | $\Delta 2\hat{U}/V$ | $\varphi/\text{rad}$ | $\Delta\varphi/\text{rad}$ | $Z/\Omega$ | $\Delta Z/\Omega$ |
|-----------------|-----------------------|-------------------|---------------------|--------------|---------------------|----------------------|----------------------------|------------|-------------------|
| 9078            | 5                     | 4,64              | 0,05                | 0,43         | 0,005               | 1,517                | 0,115                      | 107,91     | 1,71              |
| 9510            | 5                     | 4,56              | 0,05                | 0,3          | 0,005               | 1,495                | 0,120                      | 152,00     | 3,03              |
| 10077           | 5                     | 4,64              | 0,05                | 0,14         | 0,005               | 1,329                | 0,128                      | 313,51     | 11,12             |
| 10308           | 5                     | 4,64              | 0,05                | 0,09         | 0,005               | 1,220                | 0,131                      | 515,56     | 29,18             |
| 10594           | 5                     | 4,64              | 0,05                | 0,052        | 0,005               | 0,033                | 0,135                      | 892,31     | 86,34             |
| 10688           | 5                     | 4,56              | 0,05                | 0,07         | 0,005               | -0,811               | 0,135                      | 651,43     | 17,08             |
| 10988           | 5                     | 4,64              | 0,05                | 0,13         | 0,005               | -1,226               | 0,139                      | 356,92     | 14,26             |
| 11528           | 5                     | 4,56              | 0,05                | 0,24         | 0,005               | -1,490               | 0,146                      | 190,00     | 4,47              |

Das Maximum des komplexen Widerstands liegt bei  $(10594 \pm 5)\text{Hz}$  mit  $(892,31 \pm 86,34)\Omega$ . Da es sich hier um einen Parallelschwingkreis handelt ist dieser Wert nicht direkt mit dem Wert des Einschwingvorgangs vergleichbar.

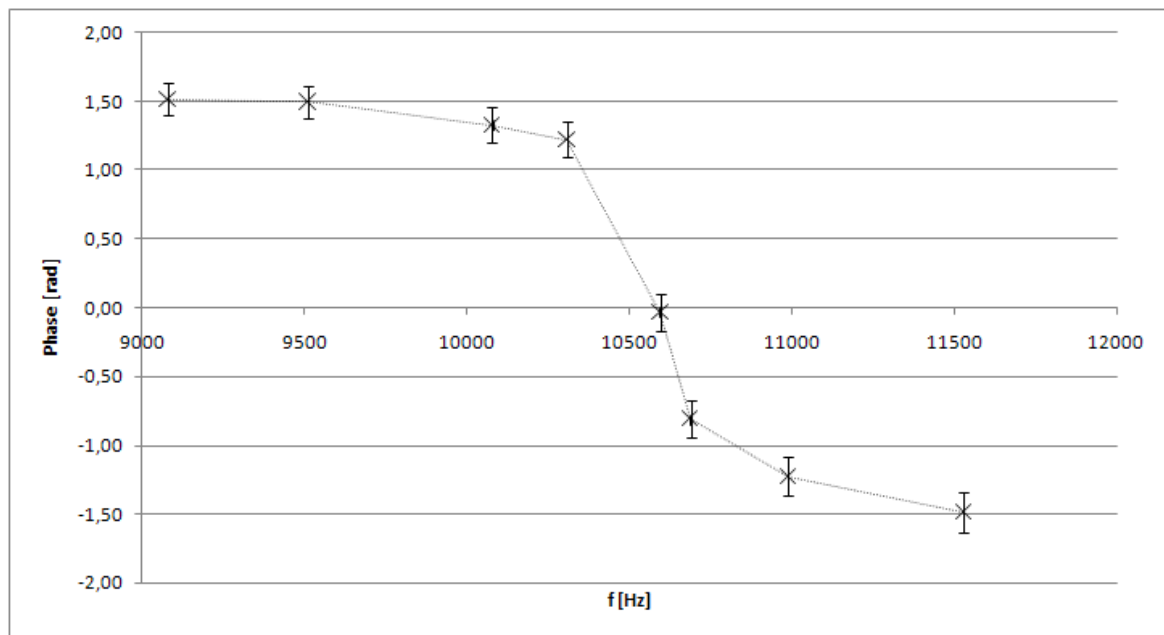
Durch Gleichsetzen der Güte im Reihen- bzw. Parallelschwingkreis erhält man folgende Formel zur Umrechnung:

$$R_s = \frac{L}{RC} \quad (45)$$

Dabei ist  $R_s$  der der Spule zugeordnete Widerstand. Damit erhält man  $R_s = (1,152 \pm 0,111)\Omega$ . Dieser Wert ist etwas zu groß im Vergleich mit dem Einschwingvorgang. Bei folgenden Diagrammen handelt es sich um keine theoretische Kurve. Es wurden lediglich Punkte verbunden.



Parallelschwingkreis 3



Parallelschwingkreis 4

### 3.4 Einschwingvorgang

Der Einschwingvorgang wird mit folgenden Formeln ausgewertet:

$$\delta = \frac{1}{T} \ln \left( \frac{x(t)}{x(t+T)} \right) \quad (46)$$

$$\Delta\delta = \frac{1}{T} \left( \delta\Delta T + \frac{\Delta x(t)}{x(t)} + \frac{\Delta x(t+T)}{x(t+T)} \right) \quad (47)$$

$$R_L = L \cdot 2\delta \quad (48)$$

$$\Delta R_L = 2\delta\Delta L + 2L\Delta\delta \quad (49)$$

Gemessen wurde über 9 Periodendauern:

$$t = (856 \pm 4) \mu s$$

$$\text{Ampl}_0 = (17,40 \pm 0,05) V$$

$$\text{Ampl}_9 = (8,60 \pm 0,05) V$$

Für das frei schwingende System erhält man die Eigenfrequenz:

$$\nu = (10514,02 \pm 49) Hz$$

Aus der Anfangs- und Endamplitude lässt sich die Dämpfung  $\delta$  berechnen:

$$\delta = (823,26 \pm 17,63)_s^{\frac{1}{s}}$$

**Aus der Güte** des Schwingkreises lässt sich der Widerstand der Spule berechnen. Der Kehrwert der Güte ist gerade die oben berechnete Dämpfung. Mit den Induktivitäten des Serien- und Parallelschwingkreises lässt sich der Widerstand berechnen:

| von                        | $L/mH$ | $\Delta L/mH$ | $R_L/\Omega$ | $\Delta R_L/\Omega$ |
|----------------------------|--------|---------------|--------------|---------------------|
| Reihe: Thomson, max. Strom | 0,488  | 0,012         | 0,803        | 0,037               |
| Reihe: Thomson, Phase=0    | 0,483  | 0,010         | 0,796        | 0,034               |
| Paral: Thomson, min. Strom | 0,480  | 0,012         | 0,791        | 0,037               |
| Paral: Thomson, Phase=0    | 0,480  | 0,011         | 0,791        | 0,035               |

Gemittelt ergibt sich für den Widerstand der Spule:

$$R_L = (0,795 \pm 0,036)\Omega$$

## 3.5 Fehlerbetrachtung

### 3.5.1 Allgemein

- Die Fehlerangaben der Messreihen sind Pixelfehler.
- Die Fehlerangaben aus den Messreihen sind Ablesefehler.

### 3.5.2 Reihenschaltung

Da keine Herstellerangabe über die Induktivität der Spule bekannt ist, fällt eine Bewertung der Messergebnisse schwer. Bei der Serienschaltung fällt jedoch auf, dass die Bestimmung der Induktivität über die Halbwertsbreite ein um 16% kleineres Ergebnis liefert. Der berechnete Fehler erklärt dies jedoch nicht. Allerdings war das Ablesen der Halbwertsbreite aus dem Diagramm sehr ungenau, so dass der Ablesefehler evtl. als zu klein angenommen wurde.

### 3.5.3 Parallelschaltung

Die Induktivität (nach Thomson) weicht von der Reihenschaltung um 1,25% ab. Die Ergebnisse stimmen also recht gut überein.

Bei entferntem Parallelwiderstand erhält man einen Widerstand von  $(892,31 \pm 86,34)\Omega$ . Im Vergleich mit dem Einschwingvorgang ist dieser Wert zu klein.

#### 3.5.4 Einschwingvorgang

Die in diesem Teil bestimmte Eigenfrequenz stimmt gut mit den Resonanzfrequenzen der vorangegangenen Versuchsteile überein.

Mit der Dämpfung des Systems lässt sich der Spulenwiderstand über die Induktivität bestimmen. Dies dürfte einen genaueren Wert liefern als die obige Methode.

## Quellen

[1] W. Demtröder, Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik, Axel Springer Verlag, 2006

[2] W. Walcher, Praktikum der Physik, Stuttgart, 1989

[3] David R. Lide , CRC Handbook of Chemistry and Physics, 84. Auflage, 2003

[4] J. Krause, J. Grehn, Metzler Physik, Schroedel Verlag GmbH, Hannover 2004

Anmerkung: Alle Vergleichswerte stammen von [3]